高３　ハイレベル数学ⅠAⅡBを受講するみなさんへ

ようこそ,『スタディサプリ』へ！　この講座を使って受験勉強を本格的にスタートする人も多いと思います．この講座は,そんなみなさんの期待に応えることができると自負しています．早速始めましょう，と言いたいところですが，何事も準備運動が大事です．いきなり走り始める前に，以下の文にちょっと目を通してください．

大学入試における数学が，知識や公式の運用という意味で高校の教科書の範囲を大きく外れるようなことはありません．しかし，知識や公式に何かしらの漏れ，誤解，理解の不十分があると，それを運用する「場面」が来てもそれに気づかないということがあります．穴だらけの状態で背伸びをして何かをつかもうと思っても体勢を崩しかねませんね．

この講座は，まずみなさんのこれまでの学習を単元別にもう一度整理し直します．ただし，見ただけですぐに公式に当てはめればできる問題は，このレベルのテキストではほとんどありません．問題を通じ，知識や公式を適する場面で運用する力をつけるために必要な問題を厳選してあります．例えばサッカーにおいて「蹴る」という技術を，「パス」「シュート」などに分け，どんなときにどんな「パス」を出せばよいのか，この場面でどんな「シュート」を打てば効果的かを学んでいく，そんなイメージに近いでしょう．

もし，そんな練習をしている時に，自分には「蹴る技術」が根本的にまだ足りない，と思うならば，今のうちにその練習をし直しておきましょう．スタディサプリには「高２」向けの講座も用意してあります．ケガをする前に，確実な技術，つまり根本からの理解をし直すことができるのは今のうちだけですよ．「急がば回れ」です．

そして後期テキストでは「総合問題」と題して，みなさんに実践（実戦）練習を積んでもらいます．いろいろな場面が絡み合いますし，どんな場面が来るか事前に予告はしません．どこかで見たことのある場面から，初めて出会う場面をどう切り拓くかまで，幅広く．

そして講義問題については「動画授業」でその理解を全面的にバックアップします．「百聞は一見にしかず」．教わることで，新たな発見，自分の理解をより強固なものにする，視覚と聴覚の両方に訴えかける，といったさまざまな効果があります．

もちろん，この講座だけをやればよいのではありませんよ．さらなる力をつけるために学校等で配布された問題集などでより理解を深めていくことも大切です．

「人から人へ」．それは時代がどんなに進歩しても変わることがありません．直接会うことはなかなかできませんが，みなさんが真剣に授業を視聴すれば，まるで目の前に先生がいるような錯覚すら覚えることでしょう．なぜなら，先生はいつでも君たち一人ひとりが真剣に授業を受けている姿をカメラの向こうに見ながら授業をしているのですから．

さぁ，そろそろ時間です．まずはしっかりと「予習」し，自分の力を確認しておいてください．いつでも，どこでも，何度でも．『スタディサプリ』は君たちと共にあります．

山内　恵介

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜前期　目次＞

第１講　２次方程式・２次関数(1)

第２講　２次方程式・２次関数(2)

第３講　場合の数・確率(1)

第４講　場合の数・確率(2)

第５講　場合の数・確率(3)

第６講　場合の数・確率(4)

第７講　三角比・平面図形

第８講　三角関数(1)

第９講　三角関数(2)

第10講　指数関数・対数関数

第11講　図形と方程式(1)

第12講　図形と方程式(2)

第13講　図形と方程式(3)

第14講　図形と方程式(4)

第15講　微分法・積分法(1)

第16講　微分法・積分法(2)

第17講　微分法・積分法(3)

第18講　微分法・積分法(4)

第19講　ベクトル(1)

第20講　ベクトル(2)

第21講　ベクトル(3)

第22講　ベクトル(4)

第23講　数列(1)

第24講　数列(2)

（以下，後期に続く）

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜講座の受講の仕方＞

①　予習について

すべての講は「講義問題」３問で構成されています．まずは何も見ないで問題をノート等に解いてみましょう．自分が問題をとらえる力がどこまで養われているかわかります．

ここでは必ずしも答案形式にこだわる必要はありません．最後まで解けないことも多いかもしれません．それでも，いろいろな可能性を追ってみましょう．

ちなみに１問にかけてよい時間はおよそ15分〜20分（[1][2]に分かれている場合はそれぞれおよそ10分）です．３問でおよそ１時間．数学に本気で向き合う時間です．

②　講義について

予習をすることで自分の見るべきポイントが押えられた状態，これが講義を受ける前に必要な準備です．それができている状態で授業を見て，先生がこの問題を通じて何を伝えたいのかを感じ取ってください．問題が掲載されているページはすべて見開きの構成となっており，余白（＜ Note ＞欄）がふんだんに用意されています．ここには何でも「自由」に書いて残すことができます．「自由」とはどういうことか．それは，このスペースに画面上の黒板に書かれたことを「書き写すのみ」に留まることは厳禁，ということです．授業時間は限られていますから，先生はすべてを黒板に書くことはしていません．よって，授業を聞き，先生が話したことや自分なりに感じ取ったことを記しておくべきなのです．きれいにまとめても誰も見てくれませんよ．あくまで「Note」＝「記録」です．後から見て自分だけがわかる程度でいいのです．

ちなみにこれまでの人生で書く速度を向上させる努力をしてこなかった人へ．この講座はいつでも止めたり戻ったりできます．けれども，聞きながら書くという訓練はこれからでも遅くありませんよ．ちなみに止められるからといって「考えすぎ」は逆に禁物です．あなた方に残された時間は限られています．勉強は数学だけじゃないでしょう？　大枠をとらえた上で，細かいところに後からこだわる姿勢も大事ですよ．

③　復習について　その１

まずは問題によって語られた「ストーリー」を，テキストの問題を見ながらもう一度頭に描いてみましょう．もし思い出せない場面があったら＜ Note ＞欄を見てみましょう．そしてそこで描いた世界観を基に，次に自分で実際に問題を別の紙や復習用ノートに解いてみましょう．予習と異なり，ここでは計算も含め実際に丁寧に記述していきましょう．もし全然歯がたたない場合は，もう一度講座を視聴することをお勧めします．

もちろん数学という教科の特性上，あなたの技術力の不足などにより途中で止まってしまうかもしれません．また，あなたの想いをどう記述で表現していいかわからない場合もあるかもしれません．安心してください．すべての問題に「解答」がついています．必要に応じて参考にしてください．

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

講義問題の復習をこのように欠かすことなく行い，解答を自分で書き上げることができた時が，先生から得たものが自分のものになった瞬間です．こうして書き上げた答案を，テキストと一緒に保存しておきましょう．

また１回の復習で納得のいくものが書けないケースもあるかと思います．そういった場合は，時間をおいて今一度問題を解き直すことをお勧めします．チャンスは「空き時間」「隙間時間」です．一度自分で取り組んだことは，次は確実に速度と正確性が上がります．それを実感することも成長の糧となりましょう．

④　復習について　その２

③が終わったら，新たな問題にチャレンジしたくなるでしょう．「練習問題」が各講１題ずつ用意してあります．講義の問題に関連する問題もあれば，発展的な内容もあります．また問題によって難易度もさまざまです．

解き終えたら，「解答」を見て自分の到達具合をチェックしてみましょう．この「練習問題」もまた，みなさんの成長のために厳選した問題です．より理解を深めていただきたく思います．

以上を確実に繰り返すことにより，確実に「自分で考える」領域に近づくことができます．入試を想定すると，最終的には自分で答案を作り上げる必要があります．授業を受けるだけでは，「受けっぱなし」に終わることもあるでしょう．また，記憶とともに忘れ去られてしまうことも．それを防ぐためにこのサイクルが大切です．もちろん，授業は何度でも再生可能です．後から改めて見るとその意味がわかった，という声もよく耳にします．決して短くはないこの道のり．１日１日，一歩一歩，焦らず，確実に進んで行きましょう．

最後に．この講義と同時並行で進める日々の自主学習においては，その理解を深めるための「解説」が重要です．例えば「授業」や「解答集」がそれに当たります．特に「詳細な解答」，つまり答えに行き着く「プロセス」を自分の解答と照らし合わせる作業が欠かせません．よって「最後の答」しかない問題集やプリントではお話になりません．自分で考えれば必ず答にたどり着く！と主張する先生もいますが，「知識の欠如」「時間の制約」「経験不足」「他教科とのバランス」が考慮されておらず，「自分ができる（できてきた）ことは他人もできるはず」という無責任な発言とも言えましょう．受験勉強に求められるのは，「時間対効果」です．

よい道筋を参考に，自分で切り拓く時の「道標」としながら自主学習を進めて行きましょう．

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第1講　2次方程式・2次関数(1)

1　a を実数の定数とする．2つの関数 $f(x)=x^2-(a-2)x+2$, $g(x)=-x^2+2x+a-2$ について，以下の各問いに答えよ．

(1)　すべての実数 x に対して，$f(x)>g(x)$ が成り立つような a の値の範囲を求めよ．

(2)　すべての実数 x_1，x_2 に対して，$f(x_1)>g(x_2)$ が成り立つような a の値の範囲を求めよ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2　関数 $f(x)=(2-x)|x+1|$ に対して，$t \leqq x \leqq t+1$ における $f(x)$ の最大値を $g(t)$ とおく.

(1)　$y=f(x)$ のグラフの概形をかけ.

(2)　最大値 $g(t)$ を与える x の値が 2 つあるときの t の値を求めよ.

(3)　$g(t)=f(t)$ を満たす t の値の範囲を求めよ.

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3 x は正の実数とし，$x^2+4x-1=0$ を満たす.

$A=1+(1+x)+(1+x)^2+(1+x)^3$，$B=(1+x)^3$ とおくとき，$\dfrac{A}{B}$ の値を求めよ.

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第１講　２次方程式・２次関数(1)

a を正の定数とする．関数 $f(x)=|x-3a|(x-a)$ について，以下の問いに答えよ．

(1)　$a=1$ のとき，$f(x)$ の $0\leqq x\leqq 2$ における最大値は［ア］であり，最小値は $-$［イ］である．

(2)　$0<a\leqq 1$ のとき，$f(x)$ の $0\leqq x\leqq 2$ における最大値は

$0<a\leqq$［ウ］$-\sqrt{［エ］}$ のとき　［オ］a^2-［カ］$a+$［キ］

［ウ］$-\sqrt{［エ］}<a\leqq 1$ のとき　a^2

である．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

テキスト解答

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第１講　２次方程式・２次関数(1)

1　a を実数の定数とする．２つの関数 $f(x)=x^2-(a-2)x+2$, $g(x)=-x^2+2x+a-2$ について，以下の各問いに答えよ．

(1)　すべての実数 x に対して，$f(x)>g(x)$ が成り立つような a の値の範囲を求めよ．

(2)　すべての実数 x_1，x_2 に対して，$f(x_1)>g(x_2)$ が成り立つような a の値の範囲を求めよ．

(1)　$f(x)>g(x)$ より

$$x^2-(a-2)x+2>-x^2+2x+a-2$$

$$2x^2-ax+4-a>0$$

これがすべての実数 x で成り立つのは　判別式　$D=a^2-8(4-a)<0$　のとき

$a^2+8a-32<0$　　したがって　$\boldsymbol{-4-4\sqrt{3}<a<-4+4\sqrt{3}}$

(2)　すべての実数 x_1，x_2 に対して $f(x_1)>g(x_2)$ が成り立つのは，

〔$f(x)$ の最小値〕＞〔$g(x)$ の最大値〕　であるとき．

$f(x)=\left(x-\dfrac{a-2}{2}\right)^2-\dfrac{(a-2)^2}{4}+2$　より　$f(x)$ の最小値は　$-\dfrac{(a-2)^2}{4}+2$

$g(x)=-(x-1)^2+a-1$　より　$g(x)$ の最大値は　$a-1$

よって　$-\dfrac{(a-2)^2}{4}+2>a-1$　　$-(a^2-4a+4)+8>4a-4$　　$a^2<8$

したがって　$\boldsymbol{-2\sqrt{2}<a<2\sqrt{2}}$

2　関数 $f(x)=(2-x)|x+1|$ に対して，$t\leqq x\leqq t+1$ における $f(x)$ の最大値を $g(t)$ とおく．

(1)　$y=f(x)$ のグラフの概形をかけ．

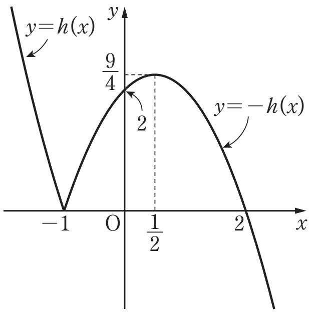
(2)　最大値 $g(t)$ を与える x の値が２つあるときの t の値を求めよ．

(3)　$g(t)=f(t)$ を満たす t の値の範囲を求めよ．

(1)　$f(x)=(2-x)|x+1|$

$$=\begin{cases}-(x-2)(x+1) & (x\geqq -1)\\ (x-2)(x+1) & (x\leqq -1)\end{cases}$$

$h(x)=(x-2)(x+1)$ とおくと，$y=f(x)$ のグラフは右図．

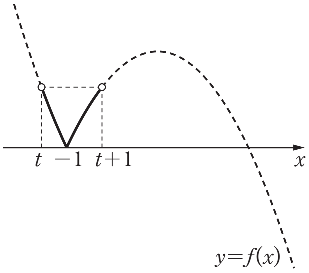


ⓒRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(2)　変域の幅が１であることより，(1)のグラフから

$f\left(\dfrac{1}{2}\right)$ が最大値のとき $\left(t\leqq\dfrac{1}{2}\leqq t+1 \text{ のとき}\right)$ に，$t\leqq x\leqq t+1$ で

$x=\dfrac{1}{2}$ のほかに最大値をとる x の値は存在しない．



よって，題意を満たすのは

$t<-1<t+1$ ……①　かつ　$f(t)=f(t+1)$ ……②

のときである．

①より　$-2<t<-1$

②より　$h(t)=-h(t+1)$　　$(t-2)(t+1)=-(t-1)(t+2)$

$t^2=2$　　$t=\pm\sqrt{2}$

①かつ②より　$\boldsymbol{t=-\sqrt{2}}$

(3)　$y=f(x)$ の $t\leqq x\leqq t+1$ における最大値 $g(t)$ が $f(t)$，つまり変域におけるグラフの左端の値が最大値となるのは，(1)のグラフおよび(2)の結果より　$\boldsymbol{t\leqq-\sqrt{2}}$，$\boldsymbol{\dfrac{1}{2}\leqq t}$　のときである．

3　x は正の実数とし，$x^2+4x-1=0$ を満たす．

$A=1+(1+x)+(1+x)^2+(1+x)^3$，$B=(1+x)^3$ とおくとき，$\dfrac{A}{B}$ の値を求めよ．

$1+x=X$ とおくと，$x=X-1$　　$x>0$ より　$X>1$

このとき　$x^2+4x-1=0$ より

$(X-1)^2+4(X-1)-1=0$　　$X^2+2X-4=0$　　$X=-1+\sqrt{5}$

$A=1+X+X^2+X^3=(X^2+2X-4)(X-1)+7X-3=7X-3$

$B=X^3=(X^2+2X-4)(X-2)+8X-8=8X-8$

よって

$$\frac{A}{B}=\frac{7X-3}{8X-8}=\frac{1}{8}\left(\frac{7X-3}{X-1}\right)=\frac{1}{8}\left(7+\frac{4}{X-1}\right)$$

$$=\frac{1}{8}\left(7+\frac{4}{\sqrt{5}-2}\right)=\frac{1}{8}\{7+4(\sqrt{5}+2)\}=\boldsymbol{\frac{15+4\sqrt{5}}{8}}$$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

練習問題解答

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第1講　2次方程式・2次関数(1)

a を正の定数とする．関数 $f(x)=|x-3a|(x-a)$ について，以下の問いに答えよ．

(1)　$a=1$ のとき，$f(x)$ の $0\leqq x\leqq 2$ における最大値は［ア］であり，最小値は $-$［イ］である．

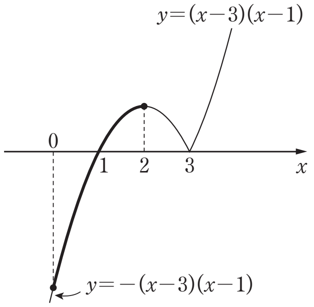
(2)　$0<a\leqq 1$ のとき，$f(x)$ の $0\leqq x\leqq 2$ における最大値は

$0<a\leqq$［ウ］$-\sqrt{［エ］}$ のとき　［オ］a^2-［カ］$a+$［キ］

［ウ］$-\sqrt{［エ］}<a\leqq 1$ のとき　a^2

である．

(1)　$f(x)=|x-3|(x-1)=\begin{cases}(x-3)(x-1) & (x\geqq 3)\\ -(x-3)(x-1) & (x\leqq 3)\end{cases}$



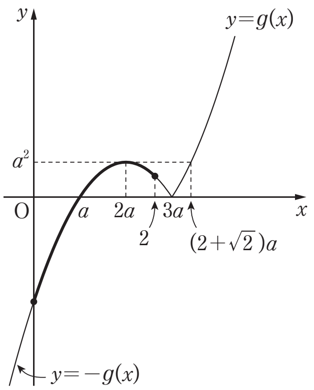
$0\leqq x\leqq 2$ のとき　$f(x)=-(x-3)(x-1)=-(x-2)^2+1$

よって　最大値 **1**　($x=2$ のとき)

　　　　最小値 **−3**　($x=0$ のとき)

(2)　$g(x)=(x-a)(x-3a)$ とおくと

$f(x)=\begin{cases}-g(x) & (x\leqq 3a)\\ g(x) & (3a\leqq x)\end{cases}$　　$a>0$ より　$a<3a$



また，$f(2a)=a^2$ より $g(x)=a^2$ とすると

$x^2-4ax+3a^2=a^2$　　$x^2-4ax+2a^2=0$

$a>0$ より　$x=(2\pm\sqrt{2})a$

よって　$f(x)=a^2$ の2解は　$x=2a,\ (2+\sqrt{2})a$

さらに，$0<a\leqq 1$ より　$2a\leqq 2$

(i)　$2<(2+\sqrt{2})a$　つまり　$2-\sqrt{2}<a\leqq 1$ のとき

　　最大値　a^2

(ii)　$0<a\leqq 2-\sqrt{2}$ のとき

　　最大値　$g(2)=3a^2-8a+4$

以上より

$0<a\leqq \mathbf{2}-\sqrt{\mathbf{2}}$ のとき　最大値　$\mathbf{3}a^2-\mathbf{8}a+\mathbf{4}$

$\mathbf{2}-\sqrt{\mathbf{2}}<a\leqq 1$ のとき　最大値　a^2

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。